

Единый государственный экзамен по МАТЕМАТИКЕ

Профильный уровень

Вариант № 2

Инструкция по выполнению работы

Экзаменационная работа состоит из двух частей, включающих в себя 19 заданий. Часть 1 содержит 8 заданий базового уровня сложности с кратким ответом. Часть 2 содержит 4 задания повышенного уровня сложности с кратким ответом и 7 заданий повышенного и высокого уровней сложности. На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 1–12 записываются по приведённому ниже образцу в виде целого числа или конечной десятичной дроби. Числа запишите в поля ответов в тексте работы, а затем перенесите их в бланк ответов №1.

Ответ: –15,5.

10	–	1	5	,	5														
----	---	---	---	---	---	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

При выполнении заданий 13–19 требуется записать полное решение и ответ в бланке ответов №2.

Все бланки ЕГЭ заполняются яркими чёрными чернилами. Допускается использование гелевой, или капиллярной, или перьевой ручек.

При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. **Записи в черновике, а также в тексте контрольных измерительных материалов не учитываются при оценивании работы.**

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

Желаем успеха!

Справочные материалы

$$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$$

$$\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cos \alpha$$

$$\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha$$

$$\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cos \beta + \cos \alpha \sin \beta$$

$$\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cos \beta - \sin \alpha \sin \beta$$

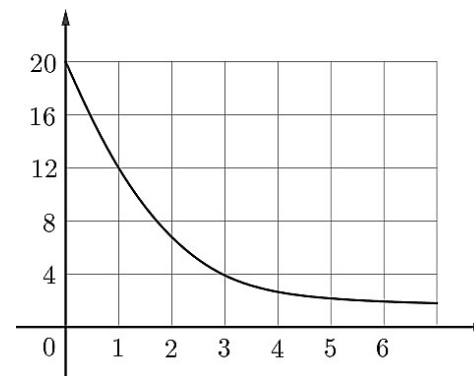
Ответом к заданиям 1–12 является целое число или конечная десятичная дробь. Запишите число в поле ответа в тексте работы, затем перенесите его в БЛАНК ОТВЕТОВ № 1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак «минус» и запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведёнными в бланке образцами. Единицы измерений писать не нужно.

Часть 1.

- Бегун пробежал 143 метра за 22 секунды. Найдите среднюю скорость бегуна на дистанции. Ответ дайте в километрах в час.

Ответ: _____.

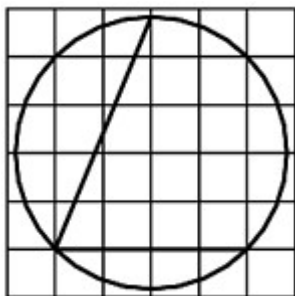
- В ходе химической реакции масса исходного вещества (реагента), которое ещё не вступило в реакцию, постепенно уменьшается. На графике показана зависимость массы реагента от времени. На горизонтальной оси отмечено время, прошедшее с начала реакции, в минутах, на вертикальной оси — масса реагента, который ещё **не вступил** в реакцию, в граммах.



Определите по графику, сколько граммов реагента **вступило** в реакцию за первые 3 минуты

Ответ: _____.

3. На клетчатой бумаге с размером клетки 1×1 изображена окружность и вписанный в неё острый угол. Найдите градусную меру данного угла. Ответ дайте в градусах.



Ответ: _____.

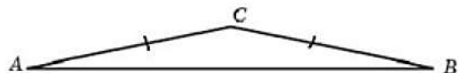
4. Из множества натуральных чисел от 20 до 39 наудачу выбирают одно число. Какова вероятность того, что оно делится на 4?

Ответ: _____.

5. Решите уравнение $7^{3-x} = 49^x$.

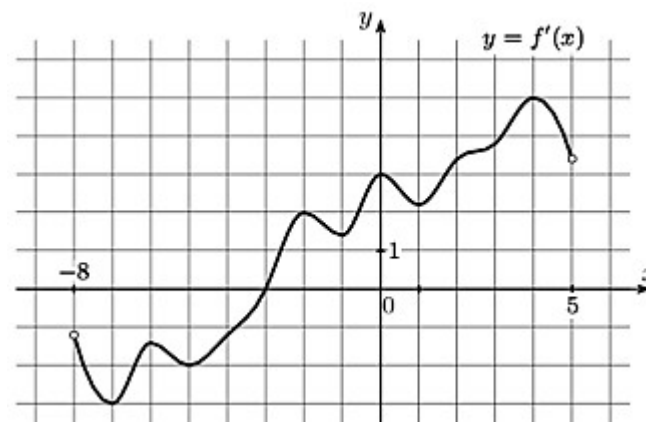
Ответ: _____.

6. Угол при вершине, противолежащей основанию равнобедренного треугольника равен 150° , найдите боковую сторону этого треугольника, если его площадь равна 36.



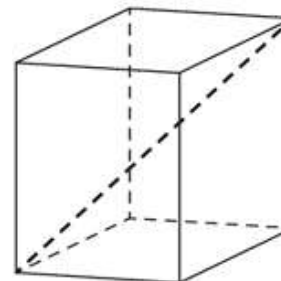
Ответ: _____.

7. На рисунке изображён график $y = f'(x)$ – производной функции $f(x)$, определённой на интервале $(-8; 5)$. В какой точке отрезка $[-2; 1]$ функция $f(x)$ принимает наибольшее значение?



Ответ: _____.

8. Одна из граней прямоугольного параллелепипеда – квадрат. Диагональ параллелепипеда равна 2 и образует с плоскостью этой грани угол 30° . Найдите объём параллелепипеда.



Ответ: _____.

Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов №1 в соответствии с инструкцией по выполнению работы.

Часть 2.

9. Найдите $\log_a(a^4b^3)$, если $\log_a b = 8$.

Ответ: _____.

10. При нормальном падении света с длиной волны $\lambda = 400$ нм на дифракционную решётку с периодом d нм наблюдают серию дифракционных максимумов. При этом угол φ , под которым наблюдается максимум, и номер максимума k связаны соотношением $d \sin \varphi = k\lambda$. Под каким наименьшим углом φ (в градусах) можно наблюдать второй максимум на решётке с периодом 1600 нм?

Ответ: _____.

11. Плиточник должен уложить 240 м² плитки. Если он будет укладывать на 10 м² в день больше, чем запланировал, то закончит работу на 4 дня раньше. Сколько квадратных метров плитки в день планирует укладывать плиточник?

Ответ: _____.

12. Найдите точку минимума функции $y = 12x - x^3$.

Ответ: _____.

Для записи решений и ответов на задания 13–19 используйте бланк ответов № 2. Запишите сначала номер выполняемого задания, а затем полное обоснованное решение и ответ.

13. а) Решите уравнение $\sin^2\left(x - \frac{3\pi}{2}\right) + 2 \sin \frac{3\pi}{4} \cdot \sin x + \frac{1}{2} = 0$.

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[-2\pi; -\frac{\pi}{2}\right]$.

14. Дана правильная четырехугольная пирамида $SKLMN$. На ребре SN выбрана точка B так, что $BL \perp SN$. Через прямую BL проведена плоскость α , параллельная прямой KM и пересекающая боковые рёбра SK и SM в точках A и C соответственно.

а) Докажите, что плоскость α перпендикулярна прямой SN .

б) Найдите угол между плоскостью α и плоскостью основания пирамиды, если известно, что $KL = 3\sqrt{2}$, а высота пирамиды $SH = 12$.

15. Решите неравенство

$$3^{x-1} + \frac{14}{3x} - \frac{2 \cdot 3^{x-1}}{x} \leq \frac{7}{3}.$$

16. В прямоугольнике $MNHK$ длины сторон MN и MK относятся как 1 : 7. На отрезке MK как на диаметре построена окружность, которая пересекает диагонали NK и MH в точках A и B соответственно.

а) Докажите, что прямые AB и MK параллельны.

б) Найдите площадь четырехугольника $MAVK$, если $MN = 2$.

17. Борис Петрович пользуется банковским вкладом на следующих условиях: ежегодно 16 марта банк начисляет 20% на остаток и добавляет их к сумме вклада, 17 марта Борис Петрович может пополнить вклад на любую сумму или снять любую сумму с вклада, вплоть до полного его закрытия.

1 марта 2020 года сумма вклада Бориса Петровича составляла 55 тыс. рублей. Борис Петрович планирует следующие операции по вкладу:

– 17 марта 2020 года и 17 марта 2021 года пополнить вклад на некоторую сумму x тыс. рублей;

– 17 марта 2022 года и 17 марта 2023 года снять с вклада по 144 тыс. рублей, причем последняя операция должна закрыть вклад.

Найдите x .

18. Найдите все такие значения параметра a , при каждом из которых уравнение $27x^3 - 9(2a + 1)x^2 + 3ax + 2a^2 = 0$ имеет ровно два различных действительных корня.

19. Юля любит все натуральные числа, которые делятся на 44, но не делятся на 18. А Гоше нравятся только те натуральные числа, цифры в десятичной записи которых не повторяются.

а) Существует ли число, которое нравится и Юле, и Гоше, и десятичная запись которого состоит из 2 цифр?

б) Существует ли число, которое нравится и Юле, и Гоше, и десятичная запись которого состоит из 6 цифр?

в) Из какого наибольшего количества цифр может состоять десятичная запись числа, которое нравится и Гоше, и Юле?